

90-91-2



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

وشیه تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی) (مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی)، مهندسی فناوری اطلاعات، مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی)، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پژوهه، چندبخشی)، آموزش ریاضی (آمار و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۳۲۱))

-۱ جواب معادله $y(2) = 2$ با شرط اولیه $xdy + 2ydx = 0$ کدام است؟

$$x^3y = 16 \quad .4$$

$$xy^2 = 8 \quad .3$$

$$x^2y = 8 \quad .2$$

$$xy = 4 \quad .1$$

-۲ معادله دیفرانسیل $(\sqrt{x^4 + y^4} + x^2)dx + y^2 e^{\frac{x}{y}} dy = 0$ از کدام نوع است؟

۴. برنولی

۳. کامل

۲. جدا شدنی

۱. همگن

-۳ معادله دیفرانسیل $(2x + 3y + 4)dx + (3x + 4y + 5)dy = 0$ از کدام نوع است؟

۴. تبدیل به همگن

۳. همگن

۲. تبدیل به جدا شدنی

۱. جدا شدنی

-۴ شرط لازم و کافی برای آنکه معادله دیفرانسیل $M(x, y)dy = N(x, y)dx$ کامل باشد، کدام است؟

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -\frac{\partial N}{\partial y} \quad .4$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y} \quad .3$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -\frac{\partial N}{\partial x} \quad .2$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = x, \frac{\partial N}{\partial x} = y \quad .1$$

-۵ معادله دیفرانسیل $y(x + y)dx + (x + 2y - 1)dy = 0$ دارای کدام عامل انتگرال ساز است؟

$$e^x \quad .4$$

$$e^y \quad .3$$

$$e^{-x} \quad .2$$

$$e^{-y} \quad .1$$

-۶ حاصل عبارت دیفرانسیلی $d(\ln(x + y))$ کدام است؟

$$\frac{xdx + ydy}{x + y} \quad .4$$

$$\frac{ydx - xdy}{x + y} \quad .3$$

$$\frac{dx}{y} - \frac{dy}{x} \quad .2$$

$$\frac{dx}{x + y} + \frac{dy}{x + y} \quad .1$$

-۷ معادله $xy' + yx \cot anx = 2\sqrt{y} \tan x$ کدام نوع می باشد؟

۱. مرتبه اول خطی

۲. برنولی

۳. جدا شدنی

۴. همگن

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی ۱۱۱۱۰۳۶ -، مهندسی فناوری اطلاعات، مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۹۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پروژه ۱۱۱۱۱۰۱ -، مهندسی صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۱۰ -، آموزش ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوترا ۱۱۱۱۳۲۱ -

-۸ معادله $y = xy' + \sin(y')^2$ کدام نوع می باشد؟

۲. مرتبه اول خطی
۴. ریکاتی

۱. کلرو
۳. برنوی

-۹ مسیر های متعامد بر خانواده ۱ - پارامتری منحنی های $y = cx^4$ کدام است؟

$$\ln y = 4 \ln x + k \quad .4$$

$$y = x^4 + c \quad .3$$

$$x^2 + 4y^2 = k \quad .2$$

$$y^2 + 4x = k \quad .1$$

-۱۰ $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dx}$ و $p = \frac{dy}{dx}$ در حل کدامیک از معادلات زیر به کار می رود؟

$$2yy'' = (y')^2 \quad .4$$

$$y'' = (y')^2 + 2x \quad .3$$

$$y''' - y'' = 1 \quad .2$$

$$yy'' = y' \quad .1$$

-۱۱ بسط سری $\frac{\sin i}{i}$ کدام مقدار است؟

$$1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \dots \quad .4$$

$$1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \dots \quad .3$$

$$1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots \quad .2$$

$$1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \dots \quad .1$$

-۱۲ معادله $(D-1)(D-2)(D^2+9)y=0$ دارای کدام جواب است؟

$$y = c_1 + c_2x + c_3x^2 + c_4x^3 \quad .2$$

$$y = c_1e^x + c_2e^{2x} + c_3\sin 3x + c_4\cos 3x \quad .1$$

$$y = c_1 + c_2e^x + c_3xe^x + c_4x^2e^x \quad .4$$

$$y = c_1 + c_2e^x + c_3e^{2x} + c_4e^{3x} \quad .3$$

-۱۳ بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n+2} (x-2)^n$ کدام می باشد؟

$$|x-2| < 1 \quad .4$$

$$|x+2| < 2 \quad .3$$

$$|x-2| < 2 \quad .2$$

$$|x+2| < 1 \quad .1$$

-۱۴ کدامیک از نقاط زیر یک نقطه منفرد نا منظم معادله دیفرانسیل $2x^2(x+1)y'' + 3(x+1)y' - (x-2)y = 0$ است؟

۴. هیچکدام

$$x = 0 \quad .3$$

$$x = 2 \quad .2$$

$$x = -1 \quad .1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی ۱۱۱۱۰۳۶ -، مهندسی فناوری اطلاعات، مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۹۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پژوهه ۱۱۱۱۱۰۱ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۱۰ -، آموزش ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوترا ۱۱۱۱۳۲۱ -

-۱۵ توان معادله شاخص معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 9)y = 0$ کدام مقادیر می باشند؟

$s = 9, -9 \quad .4$

$s = 3, -3 \quad .3$

$s = 2, -2 \quad .2$

$s = 1, -1 \quad .1$

-۱۶ برای بررسی جوابهای معادله $y'' + f(x)y' + g(x)y = 0$ در نزدیکی نقطه در بینهایت از کدام تغییر متغیر استفاده می کنیم؟

$t = -y^{-1} \quad .4$

$t = -x^{-1} \quad .3$

$t = y^{-1} \quad .2$

$t = x^{-1} \quad .1$

-۱۷ مقدار $(\frac{-3}{2})$ کدام است؟

$\frac{1}{2}\sqrt{\pi} \quad .4$

$\sqrt{\pi} \quad .3$

$-2\sqrt{\pi} \quad .2$

$2\sqrt{\pi} \quad .1$

-۱۸ جواب عمومی دستگاه $\begin{cases} (3D-1)x + 4y = t \\ Dx - Dy = t-1 \end{cases}$ دارای چند ثابت اختیاری می باشد؟

۱. دو
۲. سه
۳. چهار

. ۱. یک

. ۳. چهار

-۱۹ تبدیل لاپلاس معکوس $F(s) = \frac{3}{s^2 + 2s + 2}$ کدام مقدار است؟

$2e^x \sin x \quad .4$

$3e^x \cos x \quad .3$

$2e^{-x} \cos x \quad .2$

$3e^{-x} \sin x \quad .1$

-۲۰ تبدیل لاپلاس $f(x) = \int_0^x (x-u)^2 \cos u du$ کدام مقدار است؟

$\frac{1}{s^3} \cdot \frac{2}{s^2 + 1} \quad .4$

$\frac{2}{s^3} \cdot \frac{s}{s^2 + 1} \quad .3$

$\frac{1}{s^3} \cdot \frac{2}{s^2 - 1} \quad .2$

$\frac{2}{s^3} \cdot \frac{s}{s^2 - 1} \quad .1$

سوالات تشریحی

۱. نمره ۱۴۰

-۱ معادله دیفرانسیل $y' + 2xy + xy^4 = 0$ را حل کنید.

۲. نمره ۱۴۰

-۲ معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + 5xy' + 4y = 6x + 4(\ln x)^2$ را حل کنید.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی، مهندسی فناوری اطلاعات، مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی)، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پژوهش (چندبخشی)، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۱۰، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۱

۱.۴۰ نمره

۳- به کمک سریهای جواب عمومی معادله $y'' - (x - 2)y' + 2y = 0$ را حول نقطه $x = 2$ بیابید.

۱.۴۰ نمره

۴- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} (3D - 1)x_1 + 4x_2 = t \\ Dx_1 - Dx_2 = t - 1 \end{cases}$$

۱.۴۰ نمره

۵- جواب معادله زیر با مقدار اولیه داده شده را با استفاده از تبدیل لاپلاس بدست آورید.

$$\begin{aligned} y''(t) + y'(t) &= \sin t \\ y(0) &= 1, y'(0) = 0 \end{aligned}$$

1111110 - 90-91-2

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
1	ب	عادی
2	الف	عادی
3	د	عادی
4	د	عادی
5	د	عادی
6	الف	عادی
7	ب	عادی
8	الف	عادی
9	ب	عادی
10	ج	عادی
11	ب	عادی
12	الف	عادی
13	د	عادی
14	ج	عادی
15	ج	عادی
16	الف	عادی
17	ب	عادی
18	ب	عادی
19	الف	عادی
20	ج	عادی

تعداد سوالات: تستی: - تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی / گذ درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۶- مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر- نرم افزار (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی ۱۱۱۱۰۹۴- مهندسی فناوری اطلاعات،

مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی)، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پروژه ۱۱۱۱۱۰۱- ۱۱۱۱۲۸۴- آموزش ریاضی ۱۱۱۱۱۱۰- ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۱

سوال ۱

۱/۴۰ نمره

معادله برنولی با $n=4$ می باشد و

$$z = y^{-3} = e^{-\int (-3)(2x)dx} \left[\int e^{\int (-3)(2x)dx} (-3)(-x)dx + C \right]$$

$$z = y^{-3} = e^{3x^2} \left[\int e^{-3x^2} (-3)(-x)dx + C \right] \Rightarrow y^{-3} = -\frac{1}{2} + Ce^{3x^2}$$

سوال ۲

۱/۴۰ نمره

معادله کشی - اویلر می باشد، پس

$$x^2y'' + 5xy' + 4y = 6x + 4(\ln x)^2 \Rightarrow D(D-1)Y + 5DY + 4Y = 6e^t + 4t^2$$

$$(D^2 + 4D + 4)Y = 6e^t + 4t^2$$

چون ریشه دو بار تکرار شده، پس جواب عمومی معادله همگن وابسته برابر: $Y_c = C_1e^{-2t} + C_2te^{-2t}$ است.

$$\begin{cases} Y'' + 4Y' + 4Y = 4t^2 \Rightarrow Y_p = A_0 + A_1t + At^2 \Rightarrow A_0 = \frac{3}{2}, A_1 = -2, A_2 = 1 \\ Y'' + 4Y' + 4Y = 6e^t \Rightarrow Y_p = Ae^t \Rightarrow A = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$Y = C_1e^{-2t} + C_2te^{-2t} + \frac{3}{2} - 2t + t^2 + \frac{2}{3}e^t$$

$$y = C_1x^{-2} + C_2(\ln x)x^{-2} + \frac{3}{2} - 2\ln x + (\ln x)^2 + \frac{2}{3}x$$

سوال ۳

۱/۴۰ نمره

معادله دیفرانسیل به صورت $t = x - 2$ با فرض

$$\frac{d^2y}{dt^2} - t \frac{dy}{dt} + 2y = 0$$

در می آید. سری توانی جواب را به صورت

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)a_n t^{n-2} \quad \frac{dy}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} na_n t^{n-1}$$

و

در نظر می گیریم، پس



تعداد سؤالات: تستی: - تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی / گذ درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۶- مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر- نرم افزار (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی ۱۱۱۱۰۹۴- مهندسی فناوری اطلاعات،

۱۱۱۱۳۲۱- مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی)، مهندسی صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پژوهه ۱۱۱۱۱۰- ۱۱۱۱۱۲۸۴- آموزش ریاضی ۱۱۱۱۱۱۰- ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۱۱۱۰-

با جایگذاری در معادله نتیجه می شود، که:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)a_n t^{n-2} - t \sum_{n=1}^{\infty} na_n t^{n-1} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)a_{n+2} t^n - \sum_{n=1}^{\infty} na_n t^n + 2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n = 0$$

$$2a_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (n+2)(n+1)a_{n+2} t^n - \sum_{n=1}^{\infty} na_n t^n + 2a_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n t^n = 0$$

$$(2a_2 + 2a_0) + \sum_{n=1}^{\infty} [(n+2)(n+1)a_{n+2} + (-n+2)a_n] t^n = 0$$

$$a_{n+2} = \frac{(n-2)a_n}{(n+2)(n+1)} \quad n \geq 1$$

که رابطه بازگشتی

نتیجه می شود، پس:

$$2a_2 + 2a_0 = 0 \Rightarrow a_2 = -a_0$$

$$a_3 = \frac{-a_1}{3 \times 2} = \frac{-1}{6} a_1 \quad n=1$$

$$a_4 = 0 \quad n=2$$

$$a_5 = \frac{1}{5 \times 4} a_3 = -\frac{1}{120} a_1 \quad n=3$$

$$a_6 = \frac{2}{6 \times 5} a_4 = 0 \quad n=4$$

بنابراین:

$$y(t) = a_0 + a_1 t - a_0 t^2 - \frac{1}{6} a_1 t^3 + 0t^4 + \left(\frac{-1}{120} a_1\right) t^5 + 0t^6 + \dots$$

$$y(t) = a_0 (1 - t^2) + a_1 \left(t - \frac{1}{6} t^3 - \frac{1}{120} t^5\right) - \dots$$

در نتیجه:

پس:

$$y(x) = a_0 (1 - (x-2)^2) + a_1 \left((x-2) - \frac{1}{6} (x-2)^3 - \frac{1}{120} (x-2)^5\right) - \dots$$



تعداد سوالات: تستی: - تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی / گذ درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۶- مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر- نرم افزار (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی ۱۱۱۱۰۹۴- مهندسی فناوری اطلاعات، مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی)، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پروژه ۱۱۱۱۱۰۱- ۱۱۱۱۱۱۰- آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۴- ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۱

سوال ۴

۱/۴۰ نمره

معادله اول دستگاه را در $\frac{D}{4}$ ضرب کرده و نتیجه را با معادله دوم جمع می کنیم، داریم :

$$\frac{D}{4}(3D-1)x_1 + Dx_1 = \frac{D}{4}(t) + t - 1 \Rightarrow (3D^2 + 3D)x_1 = 4t - 3 \quad (*)$$

$$3r^2 + 3r = 0 \Rightarrow \begin{cases} r=0 \\ r=-1 \end{cases} \quad x_{1c} = C_1 + C_2 e^{-t}, x_{1p} = t(A_0 + A_1 t) \Rightarrow x'_{1p} = A_0 + 2A_1 t$$

$$\Rightarrow x''_{1p} = 2A_1$$

$$(*) \Rightarrow 3(2A_1) + 3(A_0 + 2A_1 t) = 4t - 3 \Rightarrow (6A_1 + 3A_0) + 6A_1 t = 4t - 3 \Rightarrow \begin{cases} A_0 = -\frac{7}{3} \\ A_1 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$x_1(t) = C_1 + C_2 e^{-t} + t\left(-\frac{7}{3} + \frac{2}{3}t\right)$$

$$(3D-1)\left[C_1 + C_2 e^{-t} + t\left(-\frac{7}{3} + \frac{2}{3}t\right)\right] + 4x_2 = t \Rightarrow x_2(t) = \frac{C_1 + 7}{4} + C_2 e^{-t} + \frac{1}{6}t^2 - \frac{4}{3}t$$

سوال ۵

۱/۴۰ نمره



تعداد سوالات: تستی: - تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی / گذ درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۶ - مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر - نرم افزار (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی ۱۱۱۱۰۹۴ - مهندسی فناوری اطلاعات،

مهندسی فناوری اطلاعات (چندبخشی)، مهندسی صنایع (چندبخشی)، مهندسی مدیریت اجرایی (چندبخشی)، مهندسی مدیریت پژوهه ۱۱۱۱۱۰-۱۱۱۱۲۸۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۱۱۰-۱۱۱۱۳۲۱ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۱

$$L[y''(t)](s) + L[y'(t)](s) = L[sint] \Rightarrow s^2 Y(s) - \{sy(0) + y'(0)\} + sY(s) - y(0) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{s^3 + s^2 + s + 2}{s(s+1)(s^2 + 1)}$$

$$A=2, B=-\frac{1}{2}, C=-\frac{1}{2}, D=-\frac{1}{2} \quad \text{که} \quad \frac{s^3 + s^2 + s + 2}{s(s+1)(s^2 + 1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{Cs + D}{s^2 + 1} \quad \text{با تجزیه کسر داریم:}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= L^{-1} \left[\frac{2}{s} + \frac{-\frac{1}{2}}{s+1} + \frac{-\frac{1}{2}s - \frac{1}{2}}{s^2 + 1} \right] = \\ &= 2L^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] - \frac{1}{2}L^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right] - \frac{1}{2}L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+1}\right] - \frac{1}{2}L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+1}\right] \\ \Rightarrow y(t) &= 2 - \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{2}\sin t \end{aligned}$$